

МЕТОДИКА ВЫБОРА МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

ТЕХНОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ

ОБЗОР


~ КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

материально-технические ресурсы (МТР), управление запасами, затраты, поставки, расходы,	издержки, точка заказа, целевая функция затрат, спрос.
---	---

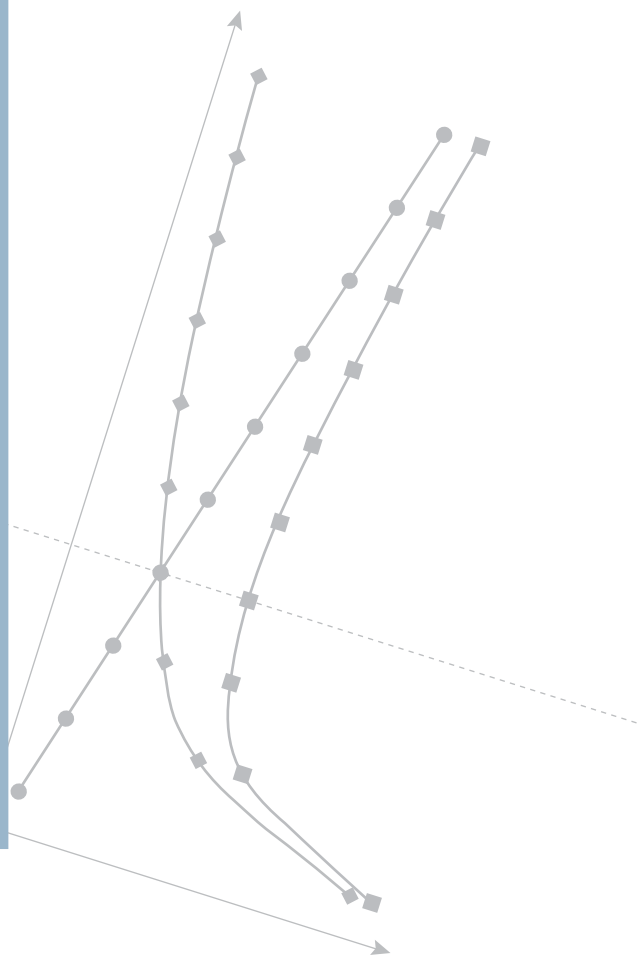
~ ВЫ УЗНАЕТЕ:

- как определяется уровень точки заказа;
- что такое целевая функция затрат;
- какие модели рекомендуется выбирать для управления запасами и как их применять.

~ АВТОР



Левон Владимирович Антонян
канд. физ.-мат. наук, руководитель центра компетенций по экономико-математическим методам консалтинговой компании «А ДАН ДЗО», (Москва)



ОПИСАНИЕ РЕКОМЕНДУЕМЫХ МОДЕЛЕЙ

Каждая из рассматриваемых далее методик контроля запасов МТР направлена на минимизацию суммарных расходов на пополнение и хранение МТР при заданном уровне надежности обеспечения ими. Существенную часть этих расходов составляет стоимость оборотного капитала, вложенного в запасы, что в условиях нехватки оборотных средств делает задачу минимизации запасов особенно актуальной.

1. Модель с фиксированным (оптимальным) размером заказа.

Эта модель предусматривает постоянный контроль уровня запасов. Заказ на пополнение запаса имеет фиксированный объем и формируется всякий раз, когда уровень запасов снижается до так называемой *точки заказа*. Уровень точки заказа включает предполагаемый объем потребления рассматриваемого МТР за время реализации заказа и страхового запаса, необходимый для обеспечения требуемого уровня надежности снабжения данным МТР при возможных колебаниях уровня спроса и времени реализации заказа (рис. 1).

Величина партии заказа должна минимизировать суммарные расходы на пополнение и хранение запаса при заданных условиях поставок (т. е. с учетом величины минимальной партии заказа, периодичности поставок, системы скидок и т. д.).

Для решения задачи оптимизации необходимо составить *целевую функцию затрат*, выражающую зависимость удельных затрат на пополнение и хранение запасов от объема поставки Q , а затем найти значение аргумента Q , при котором целевая функция достигает своего наименьшего значения.

При формировании целевой функции нет смысла включать в нее величины, не зависящие от объема партии заказа. По этой причине из совокупных расходов на приобретение и хранение запасов, в частности, исключается стоимость:

- закупаемого МТР, если цена на него не зависит от объема партии (поскольку совокупный объем закупок за весь период планирования определяется объемом спроса);
- хранения страхового запаса, если его уровень поддерживается постоянным.

В простейшем случае (при постоянном спросе и отсутствии ограничений, вытекающих из условий поставок) целевая функция имеет вид

$$C(Q) = c_{\text{зк}} d/Q + c_{\text{хр}} Q/2 \quad (1)$$

и достигает наименьшего значения в точке

$$Q^* = \sqrt{2dc_{\text{зк}} / c_{\text{хр}}}, \quad (2)$$

где d — среднее значение спроса;
 $c_{\text{зк}}$ — издержки выполнения заказа;
 $c_{\text{хр}}$ — удельные издержки хранения.

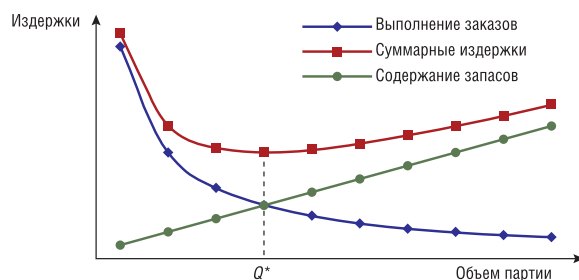
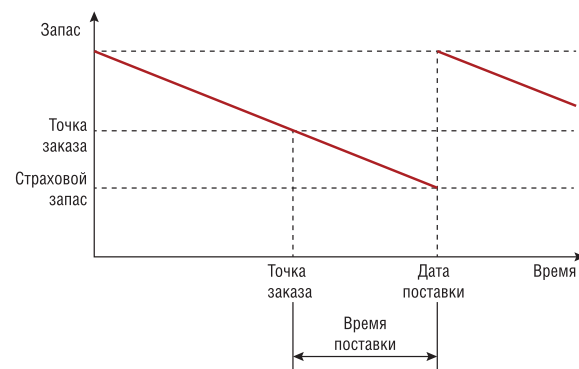
Формула (2) называется *формулой оптимальной партии заказа* (или *формулой Уилсона*)¹ и иллюстрируется рис. 2.

Точка заказа определяется по формуле:

$$s = dL + q_{\text{стр}}, \quad (3)$$

где L — среднее значение времени поставки,
 $q_{\text{стр}}$ — страховой запас,
а максимальный уровень запаса — по формуле:

$$S = s + Q^*. \quad (4)$$



¹ О различных обобщениях формулы Уилсона можно узнать из обзора А.Н. Стерлиговой «Оптимальный размер заказа, или Загадочная формула Вильсона» (см., например, <http://www.novsu.ru/file/107217>).

Как видно из (4), максимальный уровень запаса включает как собственно складской запас, так и заказанную партию и достигается в момент начала поставки; фактический же уровень складского запаса после завершения поставки будет, естественно, несколько ниже. Аналогичное замечание справедливо и в отношении точки заказа: если время выполнения заказа столь велико, что необходимость очередного пополнения запасов может возникнуть еще до поступления предыдущей партии, то при практическом применении критерия точки заказа следует учитывать все наличные запасы, включая «запасы в пути».

В рассматриваемой ситуации нетрудно также определить и время между поставками:

$$T = Q^*/d. \quad (5)$$

Поскольку первое слагаемое dL в правой части формулы (3) представляет собой не что иное, как объем спроса и соответственно ожидаемый расход складского запаса за время поставки, то второе слагаемое (страховой запас $q_{стр}$) — это ожидаемый уровень складского запаса в момент завершения поставки. При абсолютно надежных поставках и стационарном спросе страховой запас может не предусматриваться, как и для некритичных МТР (при любом спросе и надежности поставок), т. е. в этих случаях $q_{стр} = 0$. Во всех других ситуациях наличие страхового запаса позволяет обеспечить требуемый уровень надежности процесса снабжения в условиях неопределенности.

Если предположить, что интенсивность спроса и время поставки — независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону, то уровень страхового запаса может быть вычислен по формуле:

$$q_{стр} = Z_p \sqrt{L\sigma_d^2 + d^2\sigma_L^2}, \quad (6)$$

где σ_d, σ_L — средние квадратичные отклонения интенсивности спроса и времени поставки соответственно,

Z_p — коэффициент, связанный с требуемым уровнем надежности p соотношением:

$$Z_p = \Phi^{-1}(p), \quad (7)$$

где $\Phi^{-1}(x)$ — обратная функция стандартного нормального распределения.

Значение Z_p может быть найдено по таблицам стандартного нормального распределения, имеющимся в любом справочнике по теории вероятностей и (или) математической статистике. Кроме того, например, в известной программе Microsoft

Excel для этих целей имеется специальная встроенная функция NORMSINV (НОРМСТОБР в русифицированной версии).

Можно отметить два частных случая формулы (6): при постоянном спросе (тогда $\sigma_d = 0$) она принимает вид

$$q_{стр} = Z_p d \sigma_L,$$

а при стабильном времени поставок (когда $\sigma_L = 0$)

$$q_{стр} = Z_p \sqrt{L} \sigma_d.$$

При наличии ограничений, вытекающих, например, из условий поставки, описанная модель может потребовать определенных коррективов. Скажем, если условия поставки ограничивают возможный размер партии заказа Q минимальным $Q_{мин}$ и максимальным $Q_{макс}$ значениями, а величина Q^* (оптимальная партия заказа) в эти рамки не вписывается, то надо просто вычислить значения целевой функции (1) при $Q = Q_{мин}$ и $Q = Q_{макс}$ и из этих двух значений выбрать наименьшее. Тогда оптимальная партия заказа, в зависимости от того, какое из упомянутых значений целевой функции оказалось меньше, будет равна $Q_{мин}$ или $Q_{макс}$. Если же задано ограничение по кратности объема поставки некоторой минимальной транзитной партии $Q_{тр} > 0$, то после отыскания оптимальной партии заказа необходимо найти ближайшие к нему целые кратные величины $Q_{тр}$ (сверху и снизу) и, как и в предыдущей ситуации, выбрать одно из этих двух значений в качестве (уточненной) оптимальной партии заказа. Например, если значение оптимальной партии заказа, подсчитанное по формуле (2), оказалось равным $Q^* = 140$ т, а минимальная транзитная партия $Q_{тр} = 60$ т (1 вагон), то ближайшими к Q^* целыми кратными величине $Q_{тр}$ будут $Q'' = 120$ т (два вагона) и $Q' = 180$ т (три вагона); и если при этом $C(Q') < C(Q'')$, то $Q^* = Q'$, а в противном случае $Q^* = Q''$.

При постоянном или слабо меняющемся спросе и модель оптимальной партии заказа обеспечивает наиболее низкий (по сравнению с другими моделями) **средний уровень складского запаса**

$$\bar{q}_{скл} = \bar{q}_{тек} + q_{стр}, \quad (8)$$

где $q_{стр}$ — страховой запас, определяемый по формуле (6),

$\bar{q}_{тек}$ — средний уровень текущего запаса:

$$\bar{q}_{тек} = Q^*/2. \quad (9)$$

Следует, однако, учитывать, что в модели оптимальной партии заказа предъявляются повышенные требования к системе контроля запасов (что может быть сопряжено с достаточно высокими издержками). Соответственно при прочих равных условиях данная модель предпочтительнее для МТР с высоким уровнем спроса и с высокой стоимостью, когда минимизация уровня запасов позволяет существенно снизить расходы на их хранение.

Модель оптимального заказа хорошо работает в условиях постоянного или слабо меняющегося спроса, а также постоянного или слабо меняющегося времени пополнения запасов.

2. Модель с фиксированным интервалом между заказами.

Эта модель предусматривает периодический контроль и пополнение запасов через фиксированный промежуток времени. Пополнение запаса производится до фиксированного (максимального) уровня, обеспечивающего удовлетворение потребностей в данном МТР в течение всего интервала между заказами (вплоть до прибытия следующей партии).

Интервал между заказами либо выбирается путем минимизации суммарных расходов на пополнение и хранение запасов при заданных условиях поставок (т. е. с учетом величины минимальной партии заказа, периодичности поставок, системы скидок и т. д.), либо диктуется условиями поставок (что может быть связано, например, с особенностями производства или транспортированием поставляемых ресурсов).

В первом случае (когда интервал между поставками выбирается из соображений минимизации соответствующих издержек) сначала вычисляется величина оптимальной (средней) партии заказа:

$$Q^* = \sqrt{2dc_{зк} / c_{хр}}, \quad (10)$$

а затем — время между поставками:

$$T = Q^*/d \quad (11)$$

и максимальный уровень запаса:

$$S = d(T + L) + q_{стр}. \quad (12)$$

При этом фактический размер партии заказа (который при переменном спросе может отклоняться от Q^* как в одну, так и в другую сторону) определяется как разность

$$Q = S - s, \quad (13)$$

где s — фактический уровень запаса в момент начала процедуры пополнения запасов.

Легко заметить, что в условиях постоянного спроса и стабильных поставок эта модель и модель оптимальной партии заказа приводят к абсолютно одинаковым результатам. Различие проявляется при переменном спросе (когда в модели оптимального заказа интервалы между поставками меняются вслед за спросом, а размер партии остается постоянным, тогда как в модели с фиксированным интервалом между поставками меняется размер партии).

Если интервал между поставками по той или иной причине предопределен, то при постоянном спросе размер партии заказа будет равен

$$Q^* = dT, \quad (14)$$

а в общем случае (при переменном спросе) формула (14) позволит оценить *средний* размер партии.

Можно предположить, что в условиях неопределенности модель с фиксированным интервалом между заказами, предусматривающая лишь периодический контроль запасов, обеспечивает не такие хорошие результаты, как модель оптимальной партии заказа, предполагающая постоянный, а значит своевременный контроль запасов. Это проявляется в более высоком (при периодическом контроле) уровне необходимого страхового запаса:

$$q_{стр} = Z_p \sqrt{(T+L)\sigma_d^2 + d^2\sigma_L^2}, \quad (15)$$

где коэффициент Z_p имеет тот же смысл, что и в формуле (6).

Формула для определения среднего уровня складского запаса имеет такой же вид, что и для модели оптимальной партии заказа:

$$\bar{q}_{скл} = \bar{q}_{тек} + q_{стр}, \quad (16)$$

где $\bar{q}_{тек}$ — средний уровень текущего запаса:

$$\bar{q}_{тек} = Q^*/2, \quad (17)$$

только в этой формуле Q^* — средний (не обязательно оптимальный) объем поставки, определяемый по формулам (10) или (14), а формула для вычисления уровня страхового запаса $q_{стр}$ имеет в данном случае вид (15).

Модель с фиксированным интервалом между заказами может оказаться полезной для МТР со сравнительно невысоким уровнем стоимости и/или спроса, когда возможное незначительное (в этом случае) увеличение расходов на содер-

жание запасов может быть компенсировано сокращением расходов на их контроль.

Кроме того, фиксированный интервал между заказами оказывается предпочтительнее в тех случаях, когда целесообразно синхронизировать поставки нескольких МТР, закупаемых у одного и того же поставщика.

Модель с фиксированным интервалом между заказами, как и модель с фиксированным размером заказа, хорошо работает в условиях постоянного или слабо меняющегося спроса, а также постоянного или слабо меняющегося времени пополнения запасов. Важным преимуществом обеих рассмотренных моделей является то, что с их помощью можно организовать процесс снабжения на «беззавочной» основе, когда потребители просто получают требуемые им МТР в нужных количествах и в нужные моменты времени, а снабженцы фиксируют фактический расход и производят закупки, ориентируясь на текущие уровни складских остатков. Такой подход применительно к МТР со стабильными объемами потребления значительно упрощает и удешевляет процесс снабжения, позволяя при этом поддерживать складские запасы на приемлемых уровнях.

Модель с фиксированным интервалом между заказами обеспечивает пополнение запасов в минимально необходимых (при заданном интервале между заказами) объемах, т. е. так, чтобы к моменту поступления на склад каждой очередной партии складской запас опускался (при планируемых объемах потребления и сроках поставок) до уровня страхового запаса. Существуют, однако, модификации рассматриваемой модели, допускающие пополнения запасов в больших (превышающих минимально необходимые) объемах. Все эти модификации предполагают, вообще говоря, лишь контроль запасов через заданный фиксированный промежуток времени и их пополнение только в случае необходимости (при снижении складского запаса до уровня точки заказа). Наиболее известными моделями *с периодическим контролем уровня запасов* (наряду с самой моделью с фиксированным интервалом между заказами) являются:

Модель «минимум—максимум», в соответствии с которой пополнение запаса производится до заданного фиксированного (максимального желательного) уровня S . Как в исходной модели с фиксированным интервалом между заказами, размер пополнения запасов определяется по формуле (13), но при этом величина S не обязана совпадать (может быть больше) с правой частью формулы (12). Эта модель ориентирована

на ситуацию, когда затраты на контроль запасов и издержки выполнения заказа настолько значительны, что становятся соизмеримыми с потерями от дефицита запасов.

Кроме того, существует следующая модификация модели «минимум—максимум». Периодические заказы, называемые при этом «плановыми», размещаются и выполняются в любом случае, а не только при снижении складского запаса до уровня точки заказа. Однако в случае такого снижения в интервале между плановыми заказами размещается так называемый *дополнительный* заказ, который, как и плановые, поднимает запас до максимального уровня S . Эта модификация сочетает элементы двух рассмотренных выше базовых моделей (постоянный интервал между заказами и постоянный контроль запасов) и может быть рекомендована к применению в условиях значительных колебаний расхода.

Модель с фиксированным размером заказа и периодическим контролем запасов, предполагающая пополнение запаса МТР в фиксированном объеме, превышающем (обычно кратно) его средний расход за время T между проверками уровня запасов. Например, периодичность контроля запасов T может составлять один месяц, а при этом объем заказа — три месяца среднесуточного расхода; тогда средний интервал между заказами будет составлять три месяца. При таком соотношении параметров модели можно сэкономить, с одной стороны, на страховом запасе (если вариативность расхода высока, а издержки контроля запасов относительно малы), а с другой стороны, — на издержках выполнения заказа (если они велики).

3. Динамическая модель контроля запасов (эвристика Сильвера—Мила).

Эта модель предназначена для управления запасами МТР в условиях существенно, но плавно меняющегося известного (предсказуемого) спроса. Как и модель с фиксированным интервалом между заказами, динамическая модель предусматривает контроль (и пополнение) запасов через определенные (но в данном случае неравные) промежутки времени. График пополнения запасов строится таким образом, чтобы по возможности минимизировать суммарные расходы на пополнение и хранение запасов (поиск абсолютного минимума затрат потребовал бы применения более изощренных и сложных алгоритмов, например метода динамического программирования. Данный же алгоритм, будучи довольно простым, все-таки позволяет получить неплохие результаты).

Процесс вычислений носит итерационный характер и происходит по следующей схеме.

1) Весь период планирования (допустим, год) разбивается на n равных (относительно малых) интервалов (например, недель), и для каждого из этих интервалов определяется ожидаемый объем спроса d_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

2) Вычисляются средние за интервал (в данном случае за неделю) расходы $C(j)$ на организацию и хранение первой поставки при условии, что она покрывает спрос первых j интервалов ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$\begin{aligned} C(1) &= c_{зк}, \\ C(2) &= (c_{зк} + c_{хр} d_2)/2, \\ C(3) &= (c_{зк} + c_{хр} d_2 + 2c_{хр} d_3)/3, \\ C(4) &= (c_{зк} + c_{хр} d_2 + 2c_{хр} d_3 + 3c_{хр} d_4)/4, \\ &\dots \end{aligned}$$

3) Процесс увеличения индекса j (начиная с 1) и вычисления средних расходов $C(j)$ продолжается до тех пор, пока их снижение не сменится ростом, т. е. пока не выполнится условие: $C(j+1) > C(j)$. Тогда первая партия поставки (прибытие которой должно произойти к началу первого интервала) планируется так, чтобы покрыть спрос первых j интервалов, т. е. в объеме $d_1 + d_2 + \dots + d_j$.

4) Первые j интервалов (для которых пополнение запасов уже запланировано) отбрасываются, и описанный в п.п. 2, 3 процесс вычислений повторяется для планирования следующей партии поставки начиная с $(j+1)$ -го интервала.

Данная модель (как и две предыдущие) плохо работает в условиях скачкообразно меняющегося или дискретного спроса.

4. Пополнение запасов по мере возникновения потребностей.

При значительно и резко меняющемся спросе, как и в случае, когда спрос имеет ярко выраженный дискретный характер (когда отдельные «вспышки» высокого спроса перемежаются длительными «паузами» в потреблении рассматриваемого МТР), единственной приемлемой стратегией обычно оказывается «привязывание» графика поставок к графику потребления. Если при этом спрос известен или хорошо предсказуем, то возможна организация поставок по схеме «точно в срок» (естественно, с заблаговременным оформлением заказов). Когда же спрос заранее не известен, процесс снабжения сводится к последовательному восполнению израсходованных запасов. В обоих случаях для недопущения дефицита рассматриваемого МТР (при наличии «случайных составляющих» в объеме спроса и/или времени поставки) может предусматриваться

наличие страхового запаса, объем которого может быть переменным.

Ситуации, когда спрос характеризуется резко меняющейся («скачущей») интенсивностью и при этом полностью непредсказуем, встречаются сравнительно редко. Обычно в составе спроса можно выделить детерминированную (заранее известную или хорошо предсказуемую) составляющую таким образом, что оставшаяся (случайная) его часть оказывается уже слабо меняющейся во времени. Если речь идет о сырье или материалах, расходуемых на производственные нужды, то детерминированную часть спроса может составлять расход соответствующего МТР на заранее планируемые (в частности, планово-профилактические) мероприятия, а случайную часть — расход того же МТР на текущие нужды. Если же имеется в виду реализация готовой продукции (или продукции сторонних производителей), то детерминированной частью расхода может быть спрос одного или нескольких крупных потребителей, а случайной частью — спрос остальных (более мелких) потребителей, доля каждого из которых относительно невелика и которые никак не связаны друг с другом. При этом наиболее интересна ситуация, когда детерминированная и случайная составляющие сопоставимы по средней интенсивности и соответственно по совокупным объемам (ситуации преобладания детерминированной или случайной составляющей нами уже рассмотрены выше). В подобной ситуации (когда, к примеру, детерминированная часть составляет 40%, а случайная часть — 60% совокупного спроса) можно рекомендовать следующую комбинированную стратегию управления запасами:

- для случайной составляющей спроса планировать регулярные поставки по схеме с фиксированным интервалом между заказами (или по какой-то ее модификации);
- к объемам запланированных регулярных поставок добавлять дополнительные объемы, необходимые для удовлетворения детерминированного спроса в интервалах между этими поставками.

5. Случай малоценных или малоиспользуемых МТР.

Если совокупная стоимость приобретения МТР (за весь период планирования) и издержки хранения незначительны или если спрос на данный МТР крайне мал (сопоставим с минимальной партией поставки), то управление запасами может сводиться к разовому приобретению требуемого (на весь период) количества или к нескольким

поставкам (в соответственно меньших количествах) и не представляет собой проблемы.

ПРЕДЛАГАЕМАЯ СХЕМА КЛАССИФИКАЦИИ МТР

В предыдущем разделе настоящей статьи описаны возможные модели (или стратегии) управления запасами МТР и условия их применимости. Теперь, используя описанную ранее методику классификации МТР, можно построить схему разбивки всей номенклатуры МТР на группы,

Классификация МТР

Номер группы	Значения признаков								Номер модели
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1,2	1	0	~	~	0	0,1	~	1
	0	1	0	~	~	0	0,1	1	1
2	1,2	1	0	~	~	1	~	~	2
	0	1	0	~	~	1	~	1	2
	1,2	1	0	~	~	0	2	~	2
	0	1	0	~	~	0	2	1	2
3	1,2	1	1	~	~	~	~	~	3
	0	1	1	~	~	~	~	1	3
4	1,2	1	2	~	~	~	~	~	4
	0	1	2	~	~	~	~	1	4
5	0	~	~	~	~	~	~	0	5
	~	0	~	~	~	~	~	~	5

Примечание. Символ «~» указывает на то, что значение соответствующего признака может быть произвольным.

для каждой из которых будет в простейшем варианте рекомендована одна из моделей управления запасами (таблица).

Нетрудно заметить, что в представленном варианте классификации МТР признаки 4 и 5 фактически не используются, но, несмотря на это, все-таки включены в таблицу. Сделано это, во-первых, для того чтобы в дальнейшем было удобнее сопоставлять различные варианты классификации, а во-вторых, чтобы подчеркнуть: хотя в данном

варианте классификации выбор модели управления запасами от значений признаков 4 и 5 не зависит, во всех пяти случаях они влияют на параметры рекомендуемой модели. В частности, признак 4 «отвечает» за целесообразность использования страхового запаса, а признак 5 влияет на его величину.

О НОРМИРОВАНИИ ЗАПАСОВ

Нормирование запасов МТР состоит в обосновании минимально необходимых среднегодовых уровней (норм) складских запасов (по номенклатурным единицам и группам МТР), обеспечивающих требуемый уровень надежности обслуживания потребителей при заданной динамике расхода (спроса потребителей) и выбранной стратегии пополнения запасов.

Нормы запасов обычно рассчитываются в натуральном выражении (т. е. в тоннах, штуках и т. д.), в денежном выражении, а также в днях среднесуточного расхода (нормы обеспеченности запасами). Кроме того, вычисляются соответствующие показатели оборачиваемости запасов.

Как отмечалось, нормирование запасов неразрывно связано с управлением закупками. Игнорирование этой взаимосвязи может вызывать очень неприятные последствия. Попытки директивно снизить уровни складских запасов зачастую приводят к таким явлениям, как сбой и даже аварии на производстве, падение продаж в торговле, удорожание закупок², а еще (как это ни парадоксально) к повышению уровней этих самых запасов! Последнее происходит потому, что потребители, теряя доверие к надежности системы снабжения, начинают необоснованно завышать объемы заказов необходимых им МТР, создавая собственные, неконтролируемые запасы... Однако это тема для отдельной статьи. [ММК]

² В частности, из-за необходимости регулярно прибегать к экстренным закупкам, которые красноречиво называют «аварийными».

В сентябре-октябре на сайте www.ria-stk.ru среди наших читателей проводился опрос на тему:

Чего вы ожидаете от новой версии стандарта ISO 9001?

Голоса участников опроса распределились следующим образом:

- появления рискориентированного подхода к деятельности предприятия
- более понятных требований, которые легче выполнить
- усиления требований к ответственности и содействию высшего руководства
- рекомендаций для достижения эффективности и получения реальных результатов для организации и клиентов
- ничего не жду — я считаю, что стандарты ISO неэффективны